توضیحات کلی پروژه

پروژه‌ی درس شامل سه فاز است:

۱. مدل‌سازی مسئله
۲. کدنویسی و حل مدل توسط پایتون
۳. کدنویسی و حل مدل توسط گمز

پروژه باید در قالب گروه‌های سه الی چهار نفره تحویل داده شود. در صفحه‌ی اول فایل گزارش تمام فازها باید مشخصات اعضای گروه ذکر شود.

پاسخنامه‌ی فاز مدل‌سازی در اختیار دانشجویان قرار نمی‌گیرد و لازم است هر گروه، کدنویسی فازهای دوم و سوم را بر اساس همان مدلی که در فاز اول تحویل داده است انجام دهد. چنان‌چه بعد از تحویل گزارش فاز ۱ متوجه نادرستی مدل خود شدید، می‌توانید در ابتدای گزارش فازهای ۲ و ۳ اصلاحیه بزنید و مدل جدید را همراه با توضیحات لازم ارائه دهید، سپس موارد خواسته‌شده برای آن فازها (کد، نتایج و...) را گزارش کنید. در صورت تغییر مدل، نیازی به ارائه‌ی کد و نتایج مدل قبلی نیست و ارائه‌ی کد و نتایج مدل اصلاح‌شده کفایت می‌کند.

پروژه‌ی درس ۲.۷ نمره دارد که ۰.۷ از آن، نمره‌ی تشویقی (مازاد بر ۲۰) است. بارم‌بندی پروژه به شرح ذیل است:

- مدل‌سازی (فاز اول): ۰.۹ نمره
- کدنویسی و ارائه‌ی نتایج خواسته‌شده با استفاده از کتابخانه‌ی Pyomo (فاز دوم): ۰.۷ نمره
- کدنویسی و ارائه‌ی نتایج خواسته‌شده با استفاده از کتابخانه‌ی Gurobipy (فاز دوم): ۰.۳ نمره
- جست‌وجوی Solverهای مختلف در پایتون و کاربرد آن‌ها (فاز دوم): ۰.۱ نمره
- کدنویسی و ارائه‌ی نتایج خواسته‌شده با استفاده از نرم‌افزار گمز (فاز سوم): ۰.۷ نمره

شرح پروژه

شرکت ایران تلکام، یک شرکت فعال در حوزه‌ی ارائه‌ی خدمات مرکز تماس است. اپراتورهای این شرکت، به تماس‌های دریافتی از سوی مشتریان دو مؤسسه‌ی مالی، سرمایه پارسیان و مهر ایرانیان پاسخ می‌دهند. هدف این شرکت کمینه نمودن هزینه‌ی به‌کارگیری پرسنل با در نظر گرفتن محدود بودن زمان انتظار مشتریان تا دریافت پاسخ است. این شرکت به دنبال ایجاد و حل یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی برای مدل‌سازی عملیات خود است.

مشتریان در هر زمانی از روز می‌توانند برای دریافت خدمات، اقدام به تماس با شرکت نمایند. شرکت برای پاسخگویی به تماس‌های مشتریان، اپراتورها را به صورت شیفتی استخدام می‌کند. ۲۴ شیفت ممکن وجود دارد که می‌توانند در هر ساعتی از شبانه‌روز آغاز شوند. هر شیفت، ۷ ساعت است که شامل سه ساعت کار، یک ساعت استراحت و سپس سه ساعت کار دیگر است. اپراتورها به‌ازای هر شیفت ۷ ساعته به صورت ذیل حقوق دریافت می‌کنند:

- به ازای هر ساعت کاری در بازه‌ی ۹ صبح تا ۵ بعدازظهر: ۱۸ واحد پولی
- به ازای هر ساعت کاری در بازه‌ی ۵ بعدازظهر تا ۹ صبح: ۲۷ واحد پولی

به این ترتیب، اپراتوری که در ساعت ۳ بعدازظهر کار خود را شروع می‌کند، به‌ازای یک شیفت مبلغ ۱۷۱ واحد پولی دریافت می‌کند. به عبارت دقیق‌تر، شیفت کاری این اپراتور در ساعت ۲۲ به پایان می‌رسد و بازه‌ی زمانی بین ۶ تا ۷ بعدازظهر، زمان استراحت وی خواهد بود. حقوق دو ساعت ابتدایی از شیفت کاری وی با نرخ ۱۸ واحد پولی و مابقی آن با نرخ ساعتی ۲۷ واحد پولی پرداخت می‌شود.

در هر شیفت، حداکثر ۱۰۰ اپراتور می‌توانند فعالیت نمایند و هر اپراتور در هر شیفت، برای پاسخگویی به تماس‌های تنها یکی از دو مؤسسه‌ی مالی، سرمایه پارسیان یا مهر ایرانیان تخصیص داده می‌شود. به دلیل محدودیت ظرفیت، شرکت ایران تلکام می‌تواند حداکثر ۴۲۰ اپراتور به‌طور همزمان داشته باشد و هر اپراتوری که بر اساس برنامه‌ی زمان‌بندی قرار است کار کند، باید در آن زمان فعالیت نماید و نمی‌تواند به دلیل محدودیت ظرفیت بیکار بماند.

تقاضای دو مؤسسه‌ی مالی سرمایه پارسیان و مهر ایرانیان برای پاسخگویی به تماس‌های دریافتی از سوی مشتریان در طول روز تغییر می‌کند. تعداد اپراتور مورد نیاز در هر ساعت از روز برای پاسخگویی به تماس‌های دریافتی توسط هر یک از مؤسسات مالی در جدول صفحه‌ی بعد نمایش داده شده است.

ساعت	تقاضای مؤسسه سرمایه پارسیان	تقاضای مؤسسه مهر ایرانیان
۰	۱۲۰	۷۰
۱	۹۵	۴۰
۲	۹۰	۲۰
۳	۵۰	۳۰
۴	۳۰	۵۰
۵	۳۰	۴۰
۶	۶۰	۴۰
۷	۱۱۰	۹۰
۸	۱۴۰	۱۱۰
۹	۲۰۰	۱۱۰
۱۰	۱۸۰	۱۱۰
۱۱	۱۸۰	۱۳۰
۱۲	۲۴۰	۱۵۰
۱۳	۲۲۰	۱۶۰
۱۴	۲۲۰	۱۲۰
۱۵	۲۳۰	۱۳۰
۱۶	۲۵۰	۱۶۰
۱۷	۲۶۰	۱۸۰
۱۸	۲۳۰	۲۰۰
۱۹	۲۵۰	۱۷۰
۲۰	۲۶۰	۱۴۰
۲۱	۲۵۰	۱۱۰
۲۲	۲۲۰	۱۰۰
۲۳	۱۹۰	۹۰

شرکت ایران تلکام الزامی به پاسخگویی کامل به تقاضا ندارد و امکان اینکه در یک زمان خاص، تعداد اپراتور کمتری از میزان مورد نیاز در جدول فوق داشته باشد، وجود دارد. به عنوان نمونه، الزامی وجود ندارد که در بین ساعت ۶ تا ۷ صبح، ۱۰۰ اپراتور برای پاسخگویی به تقاضا وجود داشته باشد. البته به منظور کنترل کیفیت سرویس‌دهی به مشتریان، در مورد میزان مجاز کمبود نیرو محدودیتی وجود دارد و به طور خاص، امکان کمبود بیش از ۱۰ اپراتور در هر ساعت به ازای هر یک از مؤسسات وجود ندارد. همچنین باید تضمین شود که برای پاسخگویی به تقاضای مؤسسه‌ی سرمایه پارسیان، میزان کمبود اپراتور در طول کل روز نمی تواند بیش از ۴۰ اپراتور باشد. همچنین، حداکثر تعداد کمبود نیروی مجاز در طول کل روز برای پاسخگویی به تقاضای مؤسسه‌ی مهر ایرانیان، ۳۰

نفر است؛ بنابراین به عنوان مثال، در بازه‌ی زمانی ۶ تا ۷ صبح، ۸۰ اپراتور می‌توانند کار کنند که ۵۰ نفر از آن‌ها برای پاسخگویی به تقاضای مشتریان مؤسسه‌ی سرمایه پارسیان اختصاص دارند و ۳۰ نفر از آن‌ها برای پاسخگویی به تماس‌های دریافتی مؤسسه‌ی مهر ایرانیان تخصیص داده می‌شوند.

مؤسسه‌ی سرمایه پارسیان اهمیت بیشتری برای پاسخگویی به تماس‌های دریافتی از سوی مشتریان در بازه‌ی زمانی ۷ صبح تا ۶ بعدازظهر قائل است؛ بنابراین شرکت ایران تلکام تصمیم گرفته است برای این بازه‌ی زمانی یازده‌ساعته، درصورتی که تعداد اپراتورها کمتر از سطح سرویس مطلوب مؤسسه‌ی سرمایه پارسیان به مشتریان باشد، به‌ازای کمبود هر اپراتور، هزینه‌ای معادل ۶۰ واحد پولی در نظر بگیرد. این هزینه به ازای کمبود هر اپراتور در بازه زمانی ۶ بعدازظهر تا ۷ صبح برابر ۳۰ واحد پولی است. مؤسسه‌ی مهر ایرانیان نسبت به بازه زمانی چندان حساس نیست و اهمیت همه‌ی تماس‌ها برایش یکسان است. ایران تلکام به‌ازای هر اپراتور کمبود برای سرویس‌دهی به مشتریان این مؤسسه، جریمه‌ای معادل ۴۵ واحد پولی در نظر گرفته است. علاوه بر این، محدودیت اضافی برای کنترل کیفیت سرویس‌دهی در نظر گرفته است؛ بر این اساس بایستی حداقل ۸۰ اپراتور در هر زمان در دسترس باشند تا به تماس‌های ورودی پاسخ دهند.

الف) با توجه به اطلاعات مسئله، یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح خطی برای عملیات شرکت ایران تلکام ارائه دهید به‌نحوی که هزینه‌ی به‌کارگیری پرسنل با توجه به محدودیت‌های موجود کمینه گردد. در این بخش، تعریف متغیرهای تصمیم، مجموعه‌ها، اندیس‌ها، پارامترها، تابع هدف، محدودیت‌ها و اثری را که بر روی مدل‌سازی دارند توضیح دهید. (فاز اول)

ب) جواب بهینه‌ی مدل ارائه‌شده در بخش (الف) را با استفاده از نرم‌افزار بیابید. مقدار بهینه‌ی تابع هدف و همچنین مقادیر تمامی متغیرهای تعریف‌شده را به صورت مرتب در فایل PDF گزارش کنید. فایل کد را هم بارگذاری کنید. (فازهای دوم و سوم)

ج) با استفاده از قابلیت تحلیل حساسیت نرم‌افزار، بازه‌ی تغییرات ضرایب تابع هدف و مقادیر سمت راست را به گونه‌ای بیابید که جواب بهینه تغییر نکند. نتیجه را نیز در فایل PDF گزارش کنید. (فازهای دوم و سوم)

د) از بین ضرایب تابع هدف، یک مقدار و همچنین از بین مقادیر سمت راست، یک مقدار را به طور دلخواه در نظر بگیرید. اثر تغییر مقادیر این دو ضریب را بر مقدار تابع هدف با رسم نمودار بررسی نمایید و در فایل PDF گزارش کنید (ضرایبی را انتخاب کنید که با تغییرآن‌ها، مقدار تابع هدف نیز تغییر یابد). (فازهای دوم و سوم)